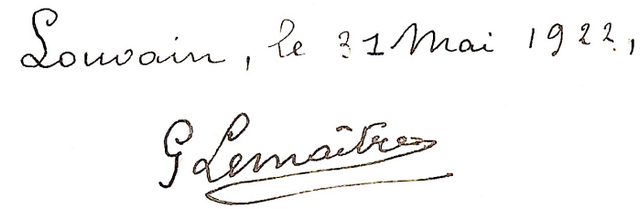
Monseigneur Georges Lemaître

(17 juillet 1894 – 20 juin 1966) :

Un univers de 13 milliards d'années

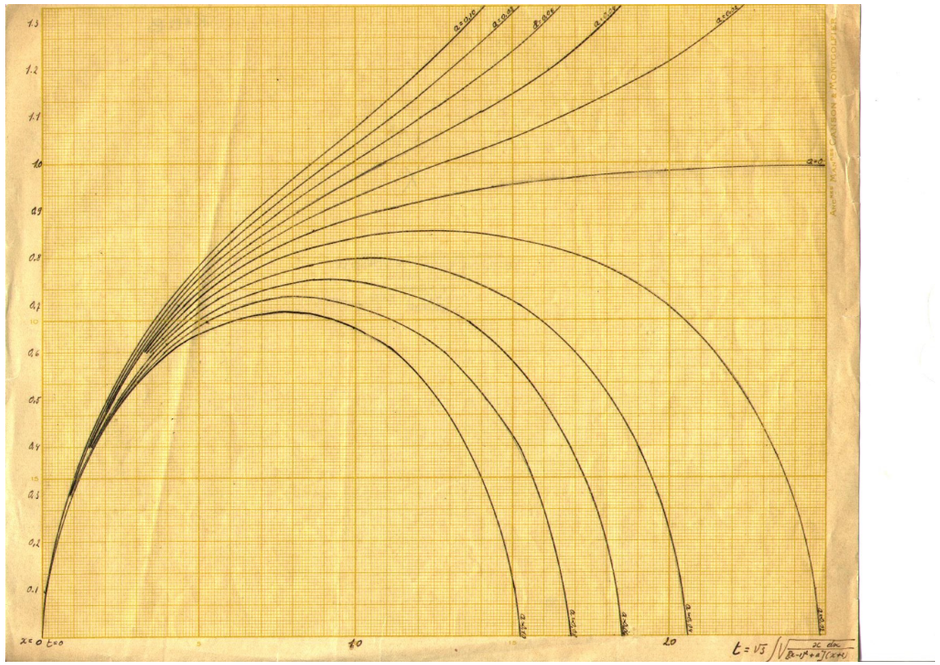
en héritage centenaire



UCLouv

La Fondation Universitaire – Jeudi 24 février 2022

Prof. Jan Govaerts, UCLouvain



© Archives Georges Lemaître, UCLouvain

Georges Lemaître (~ 1930)

Gigi Warny (2017, Place des Sciences, LLN)

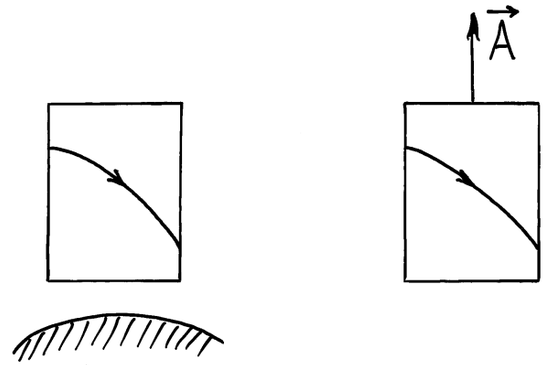
1894 1911 1919 1920 **1922** 1923 1924 1925 **1927** **1931** **1933** **1934** **1936**

The gravitational field in a fluid sphere of uniform invariant density according to the theory of relativity

(1. Note on de Sitter's Universe ; 2. Note on the theory of pulsating stars)

Le Principe d'Équivalence

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$$



$$m_i\vec{a} = -GM_g m_g \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\downarrow$$

inertie : $m_i = m_g$: **gravitation**

$$\downarrow$$

$$\boxed{\vec{a} = -GM\,\frac{\hat{r}}{r^2}}$$

[**Vidéo** : expérience de Galilée]

La Relativité Générale

Principe d'invariance de c

Équations d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \; (+\Lambda \, g_{\mu\nu}) = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Géométrie dynamique
de l'espace(-temps)

Principe d'équivalence

Équation des géodésiques

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\rho} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

Dynamique relativiste
(point, $m \neq 0$, $m = 0$)

Mécanique de Newton

$$\boxed{m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m\vec{a} = \vec{F}}$$

Espace et temps
euclidiens et absolus
(Géométrie fixée)

Dynamique relativiste
(point, $m \neq 0$)
(Référentiel inertiel)

Mécanique de Newton et énergie mécanique

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \qquad m\Delta\vec{v} = \Delta t\,\vec{F}$$

$$m\,\vec{v}\cdot\Delta\vec{v} = \Delta t\,\vec{v}\cdot\vec{F} = \Delta t\,\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\cdot\vec{F}$$

$$(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$$
$$\Delta\left(\tfrac{1}{2}x^2\right) = \tfrac{1}{2}(x+\Delta x)^2 - \tfrac{1}{2}x^2$$
$$= x\cdot\Delta x + \tfrac{1}{2}\left(\Delta x\right)^2$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}m\vec{v}^2\right) = \Delta\vec{r}\cdot\vec{F} \stackrel{?}{=} -\Delta V(\vec{r})$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}m\vec{v}^2 + V(\vec{r})\right) = 0$$

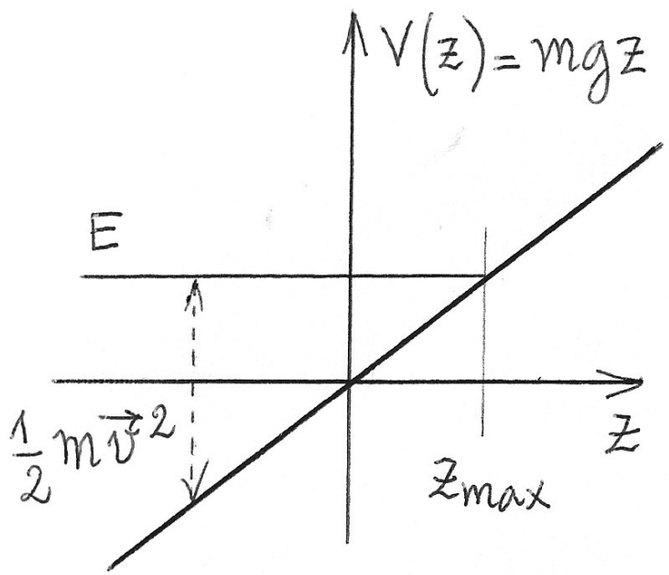
Énergie mécanique totale conservée

$$\boxed{E = \tfrac{1}{2}m\vec{v}^2 + V(\vec{r})}$$

Force de pesanteur

$$\vec{F} = m\vec{g}, \quad F_z(z) = -mg$$

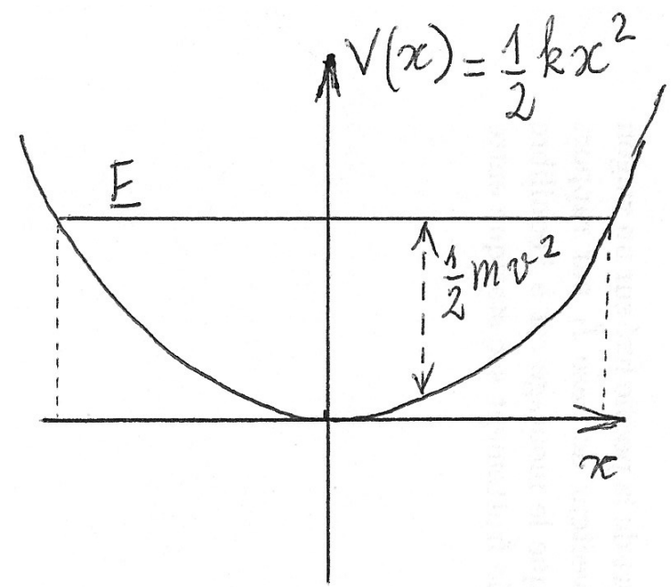
$$\Delta\vec{r}\cdot\vec{F} = -mg\Delta z = -\Delta(\mathbf{mgz})$$



Force élastique

$$\vec{F} = -k\vec{x}, \quad F(x) = -kx$$

$$\Delta\vec{x}\cdot\vec{F} = -kx\Delta x = -\Delta\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{kx^2}\right)$$

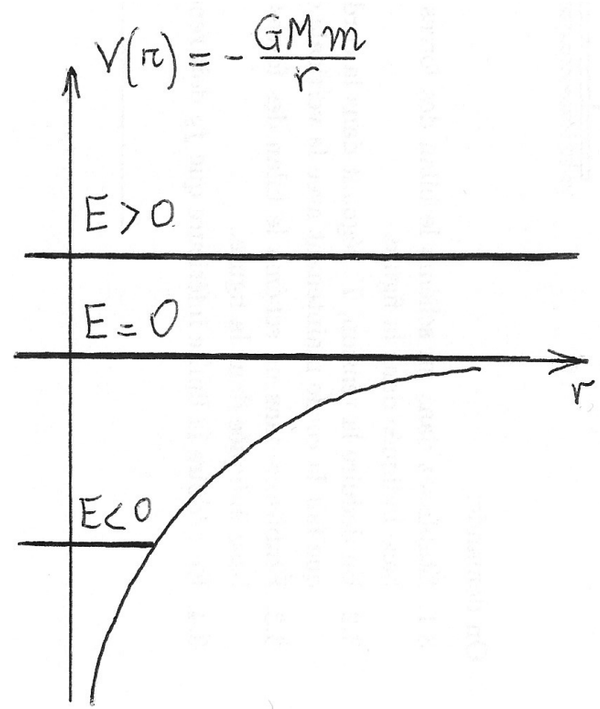


Force de gravitation

$$\vec{F} = -GMm\frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\Delta\vec{r}\cdot\vec{F} = -GMm\frac{\Delta r}{r^2} = -\Delta\left(-\frac{\mathbf{GMm}}{\mathbf{r}}\right)$$

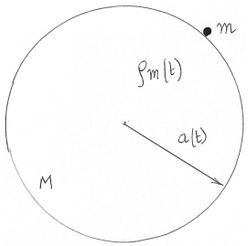
$$\Delta\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x+\Delta x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x}\left(\frac{1}{1+\Delta x/x} - 1\right)$$
$$\simeq -\frac{\Delta x}{x^2} + \cdots$$

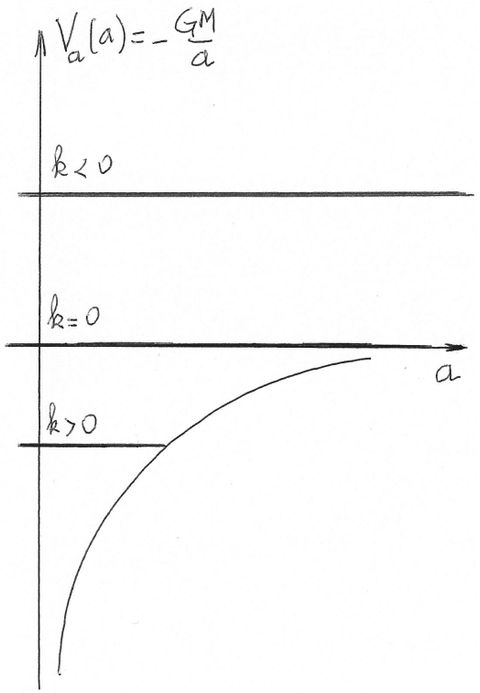


Force de gravitation

[Milne-McCrea (1934)]

$M = \frac{4\pi}{3} a^3(t)\, \rho_m(t)$





Sans constante cosmologique : $V_a(a) = -\frac{GM}{a}$

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{a} = \frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{4\pi G}{3}\rho_m a^2 = -\frac{1}{2}kc^2$$

"Constante" de Hubble-Lemaître : $H = \frac{\dot{a}}{a}$

Loi de Hubble-Lemaître : $\dot{a} = H\, a$

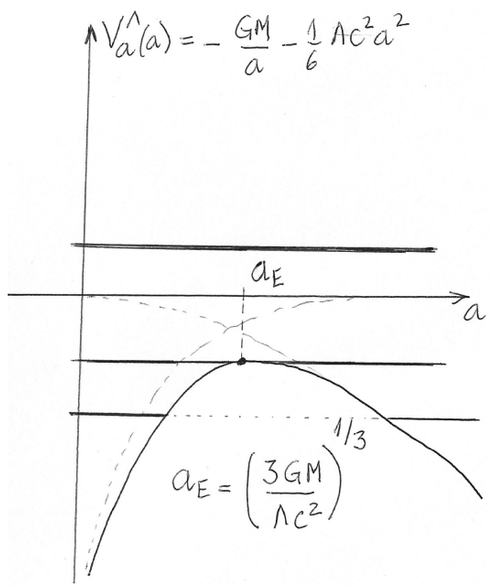
Avec constante cosmologique : $V_a^\Lambda(a) = -\frac{GM}{a} - \frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2$

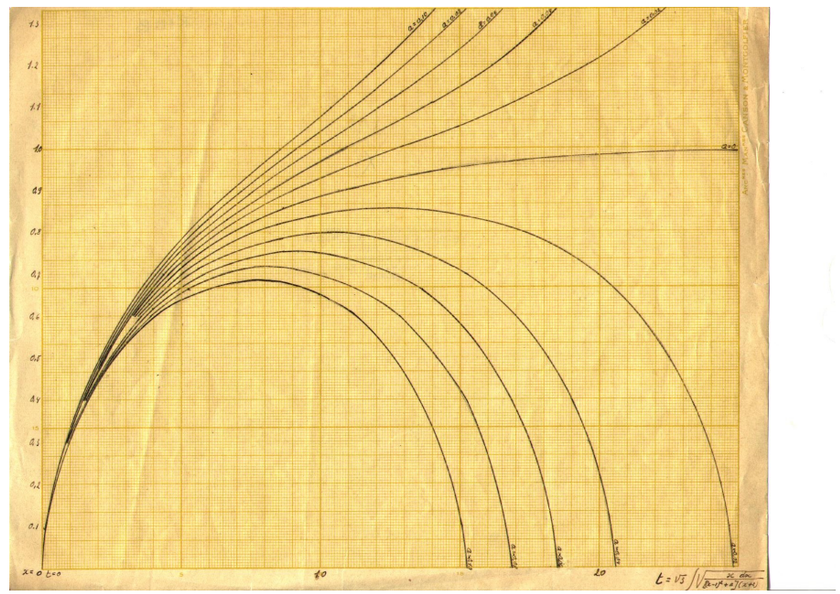
$$\boxed{\Lambda = \frac{8\pi G}{c^2}\rho_\Lambda}$$

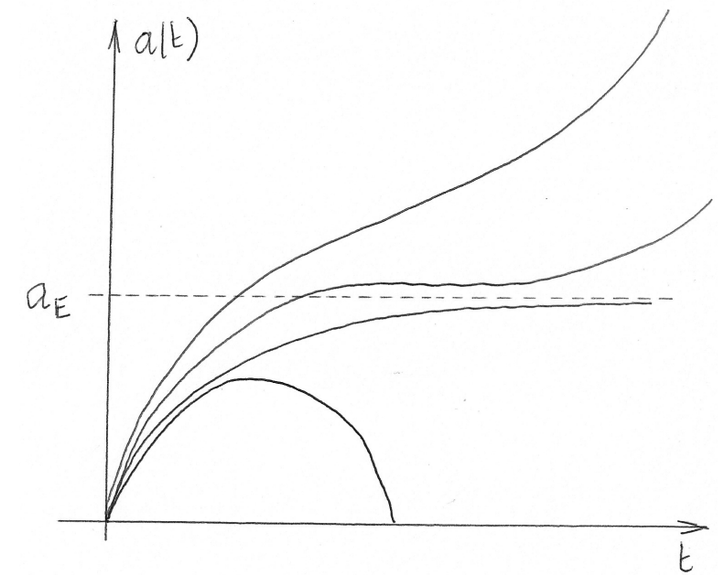
$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{4\pi G}{3}\left(\rho_m + \rho_\Lambda\right)a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{a} - \frac{4\pi G}{3}\rho_\Lambda a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{a} - \frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2 = -\frac{1}{2}kc^2$$

Force par unité de masse : $-\frac{GM}{a^2} + \frac{1}{3}\Lambda c^2 a$ **[Pression négative]** (si $\Lambda > 0$)

$$a_E = \left(\frac{3GM}{\Lambda c^2}\right)^{1/3}$$







G. Lemaître, *Comptes Rendus* **196 (1933) 903-904, 1085-1087**

Condensations sphériques dans l'univers en expansion
La formation de nébuleuses dans l'univers en expansion

ASTRONOMIE. — *Condensations sphériques dans l'univers en expansion.* Note de M. G. Lemaître, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous nous proposons d'étendre les équations de l'expansion de l'univers au cas d'un univers non homogène présentant pourtant la symétrie sphérique. Désignant par χ, θ, φ des coordonnées attachées à la matière et par t le temps propre, nous considérons le champ défini par

$$ds^2 = -\left(\frac{\partial r}{\partial \chi}\right)^2 \frac{d\chi^2}{\cos^2\chi} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) + c^2 dt^2, \tag{1}$$

où r est une fonction de χ et de t. Calculant le tenseur matériel par la formule d'Einstein (K constante de gravitation)

$$\frac{8\pi K}{c^2} T^{\nu}_{\mu} = -R^{\nu}_{\mu} + \frac{1}{2}\delta^{\nu}_{\mu} R - \lambda \delta^{\nu}_{\mu}, \tag{2}$$

nous vérifions tout d'abord que la densité de quantité de mouvement T^1_4 est nulle, ce qui montre que la matière est bien en repos par rapport au mollusque des coordonnées. Écrivant ensuite

$$p = -c^2 T^1_1, \qquad \tau = -c^2 T^2_2 = -c^2 T^3_3, \qquad \rho = T^4_4, \tag{3}$$

où p et τ sont les pressions radiales et transversales et ρ la densité de matière, et définissant une fonction m de t et χ par l'équation

$$\frac{2K}{c^2} m = \frac{r}{c^2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 + r\sin^2\chi - \frac{\lambda}{3} r^3, \tag{4}$$

nous obtenons

$$4\pi\rho r^2 \frac{\partial r}{\partial \chi} = \frac{\partial m}{\partial \chi}, \tag{5}$$

$$4\pi p r^2 \frac{\partial r}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial m}{\partial t}, \tag{6}$$

$$(\tau - p)\frac{\partial r}{\partial \chi} = \frac{r}{2}\frac{\partial p}{\partial \chi}. \tag{7}$$

Ces équations sont susceptibles de l'interprétation suivante : r peut être considéré comme la distance à l'origine à l'instant t de la portion de matière caractérisée par la coordonnée χ.

L'équation (4), que nous pouvons écrire

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 = -c^2\sin^2\chi + \frac{2Km}{r} + \frac{\lambda c^2}{3} r^2, \tag{8}$$

est alors l'équation du mouvement de la matière, sous l'action de la force de gravitation $-Km/r^2$ et de la répulsion cosmique $\lambda c^2 r/3$. L'équation (5) montre que m est la masse intérieure à la sphère où se trouve le point χ, masse calculée sans tenir compte de la courbure de l'espace. La masse réelle M est égale à

$$M(\chi, t) = \int_0^{\chi} \frac{1}{\cos\chi}\frac{\partial m}{\partial \chi} d\chi, \tag{9}$$

et la masse de l'univers (simplement elliptique) est $M(\pi/2, t)$. L'équation (6) montre que l'énergie mc^2 varie avec le temps par suite du travail de la pression radiale. L'équation (7) montre que les tensions ne sont isotropes que lorsque p ne dépend pas de χ et permet de calculer le degré d'anisotropie.

Enfin l'équation (1) montre que si nous interprétons r comme la distance à l'origine, les dimensions normales au rayon vecteur sont représentées en vraie grandeur, mais que les dimensions radiales sont représentées à une échelle égale à $\cos\chi$. L'équation (8) montre la relation qui existe entre cette échelle des dimensions radiales et la constante d'énergie

$$-\frac{c^2}{2}\sin^2\chi$$

qui figure dans l'équation du mouvement.

Lorsque la fonction r est telle que

$$r = R(t)\sin\chi, \tag{10}$$

on retrouve les équations de l'univers homogène de rayon variable ; si de plus m n'est fonction que de χ et est alors proportionnel à $\sin^3\chi$, on retrouve l'univers de masse constante de Friedmann.

Ces résultats peuvent s'étendre immédiatement à l'expansion d'un espace euclidien ou hyperbolique, en considérant χ comme infiniment petit ou imaginaire.

Lorsque m est fonction de χ seulement, p et τ sont nuls. C'est ce qui arrive dans les applications astronomiques où l'énergie cinétique des étoiles ou des nébuleuses est négligeable vis-à-vis de leur énergie massique.

Sauf pour l'étude de l'instabilité de l'univers statique où l'énergie cinétique devient le facteur décisif (cf. *Monthly Notices of the royal astronomical Society*, 91, 1931, p. 490).

Les calculs de tenseurs qui ont amené aux résultats exposés ci-dessus ont été faits en collaboration avec M. Joseph Wouters.

où p et τ sont les pressions radiales et transversales et ρ la densité de matière, et définissant une fonction m de t et χ par l'équation

$$\frac{2K}{c^2} m = \frac{r}{c^2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 + r\sin^2\chi - \frac{\lambda}{3} r^3, \tag{4}$$

nous obtenons

$$4\pi\rho\, r^2 \frac{\partial r}{\partial \chi} = \frac{\partial m}{\partial \chi}, \tag{5}$$

$$4\pi p r^2 \frac{\partial r}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial m}{\partial t}, \tag{6}$$

$$(\tau - p)\frac{\partial r}{\partial \chi} = \frac{r}{2}\frac{\partial p}{\partial \chi}. \tag{7}$$

Ces équations sont susceptibles de l'interprétation suivante : r peut être considéré comme la distance à l'origine à l'instant t de la portion de matière caractérisée par la coordonnée χ.

L'équation (4), que nous pouvons écrire

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 = -c^2\sin^2\chi + \frac{2Km}{r} + \frac{\lambda c^2}{3} r^2, \tag{8}$$

$$\boxed{\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = -kc^2 + \frac{2GM}{a} + \frac{1}{3}\Lambda c^2 a^2}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{a} - \frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2 = -\frac{1}{2}kc^2$$

Échanges de lettres entre Georges Lemaître et Albert Einstein

Traduction de **Jean-Pierre Luminet**, dans

Essais de Cosmologie, Éditions du Seuil, 1997

Originaux conservés aux Archives Georges Lemaître, UCLouvain

A. Lettre de Lemaître à Einstein, du 30 juillet 1947

Cher Professeur Einstein,

On m'a demandé de contribuer au volume qui vous sera dédié dans la "Library of Living Philosophers". J'ai choisi pour sujet "La constante cosmologique", sujet que j'ai eu quelquefois la chance de discuter avec vous au cours de nos conversations. Je me souviens que la dernière fois où nous nous sommes rencontrés à Princeton, certains de mes arguments vous avaient quelque peu impressionné. C'est la raison pour laquelle je me suis efforcé de modifier votre attitude présente envers ce que j'ai toujours considéré comme l'une de vos plus grandes contributions à la Science.

Les principaux points de mon article sont :
1. que la masse gravitationnelle, qui a un effet bien défini, pourrait ne pas être identifiée à l'énergie, qui n'est définie qu'à une constante additive près, si la théorie ne fournit pas une méthode d'ajustement lors d'un changement arbitraire du niveau zéro d'énergie ;

2. que la constante cosmologique est nécessaire pour obtenir une échelle de temps d'évolution qui nous éloignerait définitivement de la dangereuse limite imposée par la durée connue des âges géologiques ;
3. que l'instabilité de l'équilibre entre l'attraction gravitationnelle et la répulsion cosmique est la seule façon de comprendre l'évolution à l'échelle des étoiles, durant le court laps de temps correspondant à quelques dizaines de fois la durée des âges géologiques.

Tout ceci serait impossible sans la constante cosmologique.

Quelle que puisse être votre attitude future envers mon essai, je tiens à dire que, dans mon esprit, il ne s'agit que d'un témoignage d'admiration envers votre œuvre.

Avec mon meilleur souvenir, G. Lemaître

B. Lettre d'Einstein à Lemaître, du 26 septembre 1947

Cher Professeur Lemaître,

Je vous remercie beaucoup pour votre aimable lettre du 30 juillet. Dans l'intervalle, j'ai reçu de la part du professeur Schilpp votre intéressant article destiné à son livre. Je doute que quiconque d'autre que vous ait étudié avec autant de soin les implications cosmologiques de la théorie de la relativité. Je puis aussi comprendre que dans la courte valeur de T_0 [le temps de l' "explosion"] réside la tentation de faire des explorations et des hypothèses hardies permettant d'éviter de contredire les faits. Il est vrai que l'introduction du terme λ [la constante cosmologique] offre une telle possibilité, il se peut même que ce soit la bonne.

Depuis que j'ai introduit ce terme j'ai toujours eu mauvaise conscience. Mais à l'époque je ne voyais aucun autre moyen pour rendre compte de l'existence d'une densité moyenne de matière finie. J'ai trouvé vraiment abominable de devoir supposer que la loi du champ gravitationnel soit composée de deux termes logiquement indépendants, additionnés l'un à l'autre. Il est difficile d'argumenter pour justifier de tels sentiments concernant la simplicité logique. Je ne puis m'empêcher de le ressentir avec force, et je suis incapable de croire qu'une chose aussi abominable puisse être réalisée dans la nature.

Je ne trouve pas convaincant votre argument 1. en faveur du terme λ. Depuis que l'on sait que l'énergie est équivalente à la masse inertielle, il n'y a plus de place pour une constante additive de l'énergie.

Il y a un point fondamental dans la théorie de la relativité et qui peut être en rapport avec le problème du temps d'explosion T_0. $[\cdots]$ J'ai réfléchi plus longuement à ce point mais il peut suffire de mentionner cela ici.

$[\cdots]$

Avec mon meilleur souvenir, Albert Einstein

C. Lettre de Lemaître à Einstein, du 3 octobre 1947

Cher Professeur Einstein,

Je vous remercie beaucoup pour votre aimable lettre du 26 septembre.

C'est avec un profond sens de l'appréciation que j'ai lu vos commentaires sur mon article et vos points de vue sur votre propre attitude d'esprit et sur certains problèmes concernant la théorie de la relativité.

Votre premier point concernait la forme "abominable des équations du champ". Ces équations peuvent être déduites de quelques principes simples :
1. la gravitation est une manifestation de la courbure,
2. la matière est une manifestation partielle de celle-ci,
3. qui satisfait certaines équations différentielles de conservation.

Les équations résultant de ces principes, qui sont d'une admirable simplicité, contiennent une "abominable combinaison de termes indépendants". Ceci peut indiquer que la théorie reste ouverte à de nouveaux développements qui pourront lier la valeur théoriquement inconnue de la constante cosmologique à d'autres constantes de la physique.

Il est vrai que mon premier argument n'est valide que lorsque la matière ou l'énergie est conçue comme quelque chose qui est conservé et rien d'autre ; en ce cas elle peut être comptée à partir de niveaux zéro arbitraires, correspondant à différentes valeurs différentes de la constante cosmologiques.

À un stade ultérieur de la théorie, l'énergie est identifiée à la masse inerte et à la masse gravitationnelle ; sa valeur est alors bien définie. Dans ce cas, la constante cosmologique n'est plus arbitraire et a une valeur précise ; mais il n'y a pas de raison a priori pour que celle-ci soit nulle.

[· · ·]

Avec mon meilleur souvenir, Georges Lemaître

Alors

... Constante cosmologique ... ou Énergie sombre ?

L'Univers n'est pas trop grand pour l'homme,

il n'excède pas les possibilités de la science

ni la capacité de l'esprit humain

Georges Lemaître (1894-1966)

Alors

... Constante cosmologique ... ou Énergie sombre ?

L'Univers n'est pas trop grand pour l'homme,

il n'excède pas les possibilités de la science

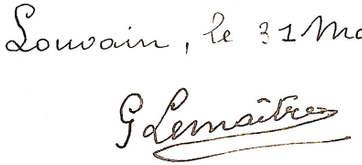
ni la capacité de l'esprit humain

Georges Lemaître (1894-1966)

... Constante cosmologique ... ou Énergie sombre ?

L'Univers n'est pas trop grand pour l'homme,
il n'excède pas les possibilités de la science
ni la capacité de l'esprit humain

Georges Lemaître (1894-1966)


Louvain, le 31 Mai 1922,
G Lemaître

Biographie :
Dominique Lambert, *Un Atome d'Univers* (Lessius, Racine, Bruxelles, 2000)

Available at : https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-22030-3

eBook : 53.49 euros

Softcover : 68.89 euros

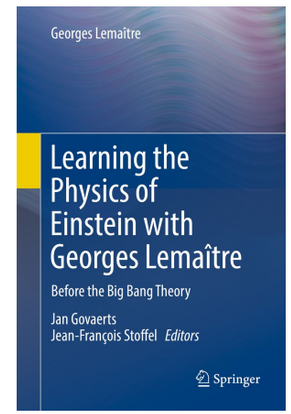
Hardcover : 95.39 euros

20% reduction with

discount code "Lemaitre22"

valid until 30 April 2022

Springer springer.com



eBook: 53.49 €
Softcover: 68.89 €
Hardcover: 95.39 €

20% reduction with
discount code "Lemaitre22"
valid until 30 April 2022

Georges Lemaître, Jan Govaerts, Jean-François Stoffel (Eds.)

Learning the Physics of Einstein with Georges Lemaître

Before the Big Bang Theory

- Early relativity textbook by one of the founding fathers of modern cosmology
- Unique document presented in the historical context
- Includes both the augmented original French edition and the English translation

This book presents the first translation into English of the treatise The Physics of Einstein completed by the young Georges Lemaître in 1922, only six years after the publication of Albert Einstein's theory of General Relativity. It includes a historical introduction and a historical critical edition of the original treatise in French supplemented by the author's own later additions and corrections. Monsignor Georges Lemaître can be considered the founder of the "Big Bang Theory" and a visionary architect of modern Cosmology. The scientific community is only beginning to take in the full measure of the legacy of this towering figure of 20th century physics. Against the best advice of the great names of his day, the young Lemaître was convinced, solely through the study of Einstein's theory of General Relativity, that space and time must have had a beginning with a tremendous "Big Bang" from a "quantum primeval atom" that produced an ever-expanding Universe with a positive cosmological constant. But how did the young Lemaître, essentially on his own, come to grips with the physics of Einstein? A year before his ordination as a diocesan priest, the young Lemaître submitted an audacious dissertation that was to earn him Fellowships to study at Cambridge, MIT and Harvard, and launched him on a scientific path of ground-breaking discoveries. Almost a century after Lemaître's seminal publications of 1927 and 1931, this highly pedagogical treatise is still of timely interest to young minds and remains of great value from a history of science perspective.

Available at:
https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-22030-3